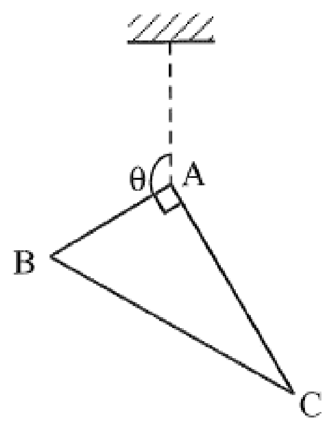
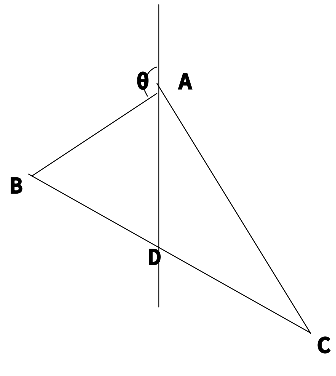
平成 17 年度技術士第一次試験
共通科目　物理学
　解説と解答

Ⅲ－１　直角三角形状の一様な板ABCがある。ここで ∠BAC＝90°，∠ABC＝60°，∠ACB＝30°である。図のように，直角の角Ａに糸を付けて釣り下げると，糸と辺ABのなす角度θ はいくらになるか。次の中から選べ。

①　115°　　②　120°　　③　135°　　④　150°　　⑤　165°



解説：



この問題は幾何学的解法と力学的解法がある。

(１)幾何学的解法

この三角板は、∠BAC＝90°、∠ABC＝60°、∠ACB＝30°であるから

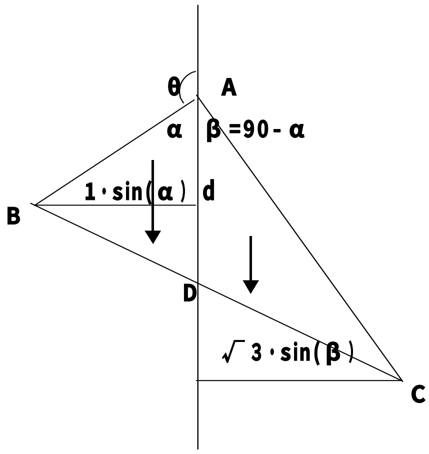
$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ，$\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$ を使えば、AB=1 として、BC=2,　AC=$\sqrt{3}$　である。

三角形の重心は各辺の中点と相対する角を結んだ線の交点であるから、角 A に糸を結んで吊り下げると、糸の延長線は重心を通る。更にこの延長線は重心に性質により、BC 辺の中点 D を通る。即ち、ＢＣ＝2 であるから、BD＝１であり、BD=BA となる。

従って、⊿ABD は二等辺三角形であり、∠BAD＝∠BDA
題意により∠ABC＝60 ° であるから

$$\angle BAD = (180^\circ - 60^\circ)/2 = 60^\circ$$
$$\therefore \theta = 180 - \angle BAD = 120^\circ$$

(２)力学的解法



AD の辺長を AD=ｄ、∠BAD＝α、∠CAD＝β＝90 ° －αとし
⊿ABD と⊿ACD の A 点に対する重力のモーメントが等しい条件を作る。

$$\frac{1}{2}d\sin\alpha\sin\alpha\frac{1}{3} = \frac{1}{2}d\sqrt{3}\sin\beta\sqrt{3}\sin\beta\frac{1}{3}$$
$$\frac{1}{6}d\sin^2\alpha = \frac{1}{2}d\sin^2\beta\ ,\ \sin\beta = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$$

これより、$\sin^2\alpha = 3\sin^2\beta = 3\cos^2\alpha = 3(1-\sin^2\alpha)$

$$4\sin^2\alpha = 3\quad ,\quad \sin\alpha = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,\ 0 < \alpha < 90^\circ$$
$$\alpha = 60^\circ\quad ,\ \theta = 180^\circ - \alpha = 120^\circ$$

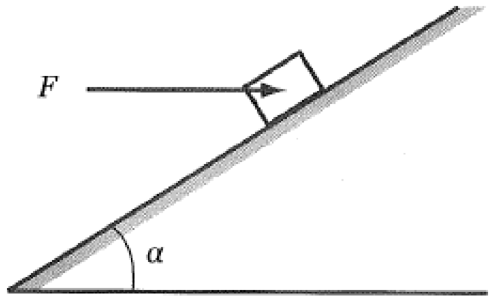
従って、解答は②

Ⅲ－２　水平と角度αをなす粗い斜面に静止している質量mの物体に，図のような水平の力を作用させ，その大きさを次第に大きくしていくと，力の大きさがFの時に物体は斜面をのぼり始めた。物体と斜面との間の静止摩擦係数を表したものは，次のどれか。ただし，重力加速度の大きさをgとする。

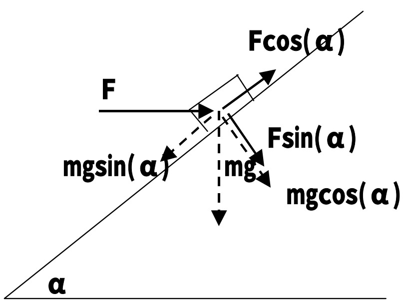
① $\dfrac{F\sin\alpha - mg\cos\alpha}{F\sin\alpha + mg\cos\alpha}$　　② $\dfrac{mg\sin\alpha - F\cos\alpha}{F\sin\alpha + mg\cos\alpha}$

③ $\dfrac{F\cos\alpha - mg\sin\alpha}{F\sin\alpha + mg\cos\alpha}$　　④ $\dfrac{F\sin\alpha - mg\cos\alpha}{F\cos\alpha + mg\sin\alpha}$

⑤ $\dfrac{mg\sin\alpha - F\cos\alpha}{F\cos\alpha + mg\sin\alpha}$



解説：



作用力 F と重力 mg を斜面に平行と斜面に直角成分に分解する。
摩擦力は斜面に垂直成分に作用する。また、斜面に平行成分は、重力によるものが下向きであり、作用力によるものが上向きである。
静止摩擦係数をμとして、斜面に平行方向の力の釣合を考える。
斜面を登り始める条件は、力の成分が重力成分と摩擦力を上回らなければならない。

$$F\cos\alpha = mg\sin\alpha + \mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha)$$

$$\therefore\ \mu = \frac{F\cos\alpha - mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha + F\sin\alpha}$$

従って、解答は③である。

Ⅲ－３　滑らかで水平な面の上にある物体を一定の力で水平に引いたところ，加速度αで動いた。この物体におもりをのせて全体の質量を３倍にし，引く力の大きさを２倍にしたら，加速度の大きさはいくらになるか。次の中から選べ。

①　$\frac{4}{9}\alpha$　②　$\frac{2}{3}\alpha$　③　$\frac{3}{2}\alpha$　④　$\frac{9}{4}\alpha$　⑤　6α

解説：

力 F、加速度α、質量mの関係はニュートンの運動の法則により定まる。

即ち、$F = m\alpha$，$\alpha = \frac{F}{m}$　である。

次に、質量が３倍、力が２倍になった場合の加速度を求めると、

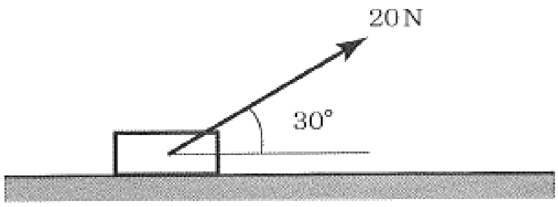
$F_1 = m_1\alpha_1$，$F_1 = 2F$，$m_1 = 3m$

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{2F}{3m} = \frac{2}{3}\alpha$$

従って、解答は②である。

Ⅲ－４　図のように，粗い水平面上におかれた物体に，水平とのなす角30度の方向に20Nの力を加え，この水平面上で物体を５m移動させた。このとき物体になされた仕事は何Ｊか。次の中から選べ。

①　50Ｊ　②　57.7Ｊ　③　86.6Ｊ　④　100Ｊ　⑤　115.5Ｊ



解説：

仕事は力と動いた距離の積で表される。

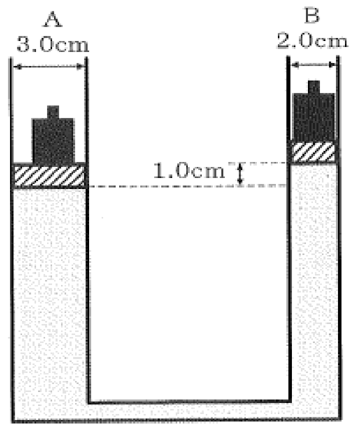
この場合、水平方向の力の成分と水平面上の距離を考えればよい。

$W = 20\cos 30^\circ \times 5 = 20 \times 0.866 \times 5 = 86.6Nm = 86.6J$

従って、解答は③である。

Ⅲ－５　垂直に立てた２本の円柱状のシリンダＡ，Ｂの底部を連結したものに水が入っている。それぞれのシリンダに，質量が無視でき滑らかに動くピストンを入れ，その上におもりをのせたところ，Ｂの水位の方が1.0cm高くなった。シリンダＡの内径は3.0cm，Ｂの内径は2.0cm，Ａ側にのせたおもりは15gであるとすると，Ｂ側にのせたおもりの質量は何ｇか。次の中から選べ。ただし，水の密度は1.0ｇ/cm³とする。

①　3.5ｇ　②　6.7ｇ　③　6.9ｇ　④　12ｇ　⑤　31ｇ



解説：

これは、静水圧におけるパスカルの原理により計算する。

即ち、内部の水は釣合っているので、連結部の水圧ｐは等しい。

今、水の密度をρ、底面からＡ部のピストンまでの高さをｈとし、

また、それぞれの断面積、重りの質量を $A_{a,}A_b, m_a, m_b$ とする。

Ａ、Ｂ底面の圧力ｐは等しいので、

$$p = \frac{\rho g h A_a + m_a g}{A_a} = \frac{\rho g h A_b + \rho g \Delta h A_b + m_b g}{A_b}$$

これより

$$\rho g h + \frac{m_a g}{A_a} = \rho g h + \rho g \Delta h + \frac{m_b g}{A_b}$$

$$\frac{m_b g}{A_b} = \frac{m_a g}{A_a} - \rho g \Delta h \quad , \quad m_b = m_a \left(\frac{A_b}{A_a}\right) - \rho \Delta h A_b$$

これに各数値を代入すると、（計算はCGS単位系でやればみやすいが、現行度量衡法に則りSI単位系で実施する。）

$$m_a = 15\times10^{-3}kg\,,\ A_b = \frac{\pi}{4}\times(2\times10^{-2}) = 3.14\times10^{-4}m\ ,\ \frac{A_b}{A_a} = (\frac{2}{3})^2 = 0.4444$$

$$\rho = 1.0\times\frac{10^{-3}kg}{10^{-6}m^3} = 1.0\times10^3 kg/m^3\ ,\ \Delta h = 1.0\times10^{-2}m$$

$$m_b = 0.4444\times15\times10^{-3} - 1.0\times10^3\times1.0\times10^{-2}\times3.14\times10^{-4}$$

$$= 6.67\times10^{-3} - 3.14\times10^{-3} = 3.53\times10^{-3}kg$$

従って、解答は①である。

Ⅲ－6　空気中を小さな物体が落下するとき，物体には速度に比例する抵抗力が働く。落下し始めてから十分に時間が経過したときの物体の運動について，次の記述のうち正しいものはどれか。

① 物体の速度は時間の１次関数で，落下距離は時間の２次関数になる。

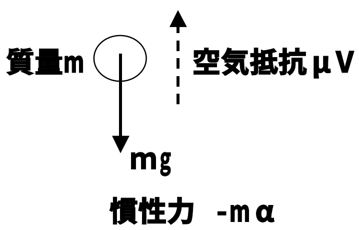
② 物体の速度は一定になり，落下距離は時間の２次関数になる。

③ 物体の加速度は０となり，速度は時間の１次関数になる。

④ 物体の加速度は０となり，落下距離は時間の１次関数になる。

⑤ 物体の速度は０となり，物体は静止する。

解説：



図の状態の運動方程式を作り、これを初期条件　速度v_0　として解く。

ダランベールの原理により慣性力、重力と空気抵抗力が釣合うので、

$$-m\frac{dv}{dt} + mg - \mu v = 0$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{\mu}{m}v = -\frac{\mu}{m}(v - \frac{m}{\mu}g)$$

この微分方程式を変数分離して解く。

$$\frac{dv}{v-\frac{m}{\mu}g}=-\frac{\mu}{m}dt$$

$$\log(v-\frac{m}{\mu}g)=-\frac{\mu}{m}t+C$$

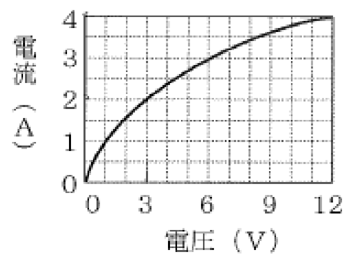
$$v-\frac{m}{\mu}g=Ce^{-\frac{\mu}{m}t}\ ,\ t=0\ \text{で}\ v=v_0$$

$$C=v_0-\frac{m}{\mu}g\ ,\ v=\frac{m}{\mu}g+(v_0-\frac{m}{\mu}g)e^{-\frac{\mu}{m}t}$$

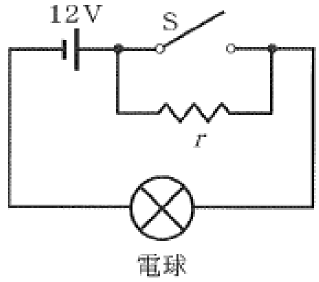
この場合、時間 t が十分大きいと第 2 項は無視できるようになる。
即ち、速度は一定で加速度はゼロとなる。この場合の落下距離は時間に比例すると考えることが出来き、近似的に $x=x_1+\frac{m}{\mu}gt$ となる。ここで x_1 は前記の第 2 項が無視できるようになる落下距離である。
この結果から、設問を見ると、
①は誤り。②は誤り。③は誤り。④は正しい。⑤は誤り。
従って、解答は④である。

Ⅲ－７　図(ａ)のような電圧電流特性をもつ電球と内部抵抗が無視できる12Ｖの電源を用いて，図(ｂ)のような回路を作った。スイッチＳを開いたときに電球に流れる電流を，Ｓを閉じたときの半分にしたい。抵抗の大きさ r は，何Ωにしたらよいか。次の中から選べ。

①　0.22Ω　　②　0.5Ω　　③　２Ω　　④　３Ω　　⑤　4.5Ω



(ａ)



(ｂ)

解説：

まず、スイッチＳを閉じると電球に全電圧 12〔V〕がかかるので、電球の電圧電流特性により、流れる電流は I_0＝4〔A〕である。

次に、スイッチＳを開いた状態で流れる電流を半分にするので I_1＝2〔A〕となり、電球の特性図より、電球の電圧は３〔V〕である。

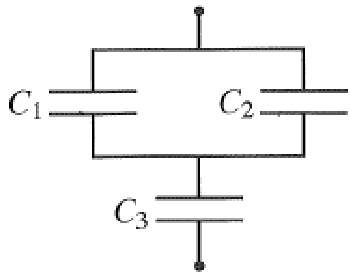
従って、抵抗 r の部分の電圧降下は V_1＝12－3＝9〔V〕となる。

これよりこの抵抗値は

$$r = \frac{9}{2} = 4.5\ \Omega$$

従って、解答は⑤である。

Ⅲ－８　電気容量が C_1，C_2，C_3 の３つのコンデンサーが図のように接続されているとき，全体の合成容量はどうなるか。次の中から選べ。

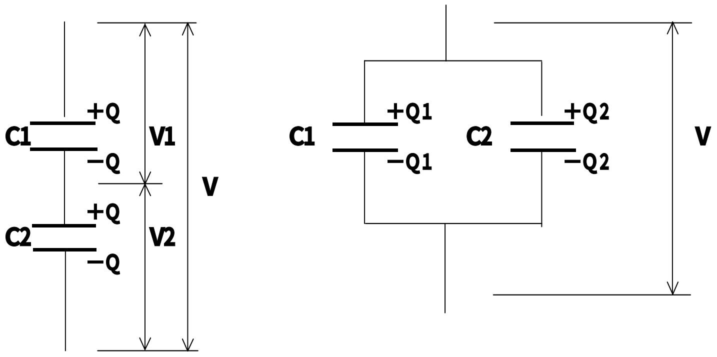


①　$\dfrac{(C_1+C_2)C_3}{C_1+C_2+C_3}$　②　$C_1+C_2+C_3$　③　$\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}+C_3$

④　$\dfrac{C_1C_3}{C_1+C_3}+\dfrac{C_2C_3}{C_2+C_3}$　⑤　$\dfrac{C_1C_2C_3}{C_1C_2+C_2C_3+C_3C_1}$

解説：

これは、定常な並列回路と直列回路におけるコンデンサーの合成容量の問題である。



直列　　　　並列

定常なコンデンサー回路の復習をする。上図のように直列回路と並列回路を考える。
コンデンサーの電荷Q、電気容量C、電圧Ｖの関係は$Q=CV$である。
直列の場合は、コンデンサーの電気容量が異なっても、電荷保存の法則により、電荷はQとなる。これより

$$Q=C_1V_1=C_2V_2\ ,\quad V=V_1+V_2$$

$$V_1=\frac{Q}{C_1}\ ,\ V_2=\frac{Q}{C_2}\ ,\ V=\frac{Q}{C}$$

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

となる。
並列回路では、それぞれの電気容量に比例した電荷となるので、

$$Q_1=C_1V\ ,\ Q_2=C_2V\ ,\ Q=CV=Q_1+Q_2$$

$$C=C_1+C_2$$

この関係を使って、設問を解く。
　並列回路部の合成電気容量　　C_1+C_2
これよ、直列回路部を含めた合成電気容量Cを求めると、

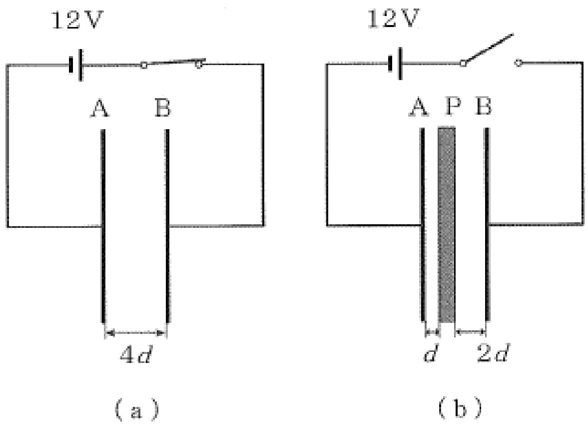
$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1+C_2}+\frac{1}{C_3}=\frac{C_1+C_2+C_3}{C_3(C_1+C_2)}$$

$$\therefore\ C=\frac{C_3(C_1+C_2)}{C_1+C_2+C_3}$$

従って、解答は①である。

Ⅲ－９　図（ａ）のように極板間の距離が$4d$の平行板コンデンサーを12Vの電源につなぎ，図（ｂ）に示したようにスイッチを開いてから，極板の間に，極板と同じ大きさで厚さdの導体を平行に入れ，極板Ａ，Ｂと導体との距離をそれぞれd，$2d$とした。極板Ｂに近い方の導体の面をＰとするとき，AP間とAB間の電位差はそれぞれいくらになるか。次の中から選べ。

① AP間６Ｖ，AB間12V
② AP間６Ｖ，AB間９Ｖ
③ AP間４Ｖ，AB間12V
④ AP間３Ｖ，AB間12V
⑤ AP間３Ｖ，AB間９Ｖ



解説：

コンデンサーの電気容量の問題である。

コンデンサーの電気容量Ｃは、極板の面積Ｓ、極板間隔ｄ、極板間の誘電率εとすると、

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

また、コンデンサーに蓄えられる電荷Ｑは、$Q = CV$

まず、スイッチを閉じた場合の電荷は

$$Q = \frac{\varepsilon S}{4d}12 = 3\frac{\varepsilon S}{d}$$

次に、スイッチを開いた場合でも、極板に蓄えられた電荷Ｑは変化せず、Ａ極板の電荷は＋Ｑ、Ｂ極板の電荷は－Ｑである。この極板の間に導体を入れると、直列回路のようにＡＰ間、ＰＢ間でそれぞれに、コンデンサーを形成し、導体のＡ面側が－Ｑ、Ｂ面側に＋Ｑが現れ全体としては、ゼロになる。

AP 間、PB 間の電気容量は

$$C_{AP} = \frac{\varepsilon S}{d}\ ,\ C_{PB} = \frac{\varepsilon S}{2d}$$

電荷は Q であるから、Q=CV より、各々の電圧を求める。

$$V_{AP} = \frac{Q}{C_{AP}} = \frac{\frac{3\varepsilon S}{d}}{\frac{\varepsilon S}{d}} = 3[V] \text{ ， } V_{PB} = \frac{Q}{C_{PB}} = \frac{\frac{3\varepsilon S}{d}}{\frac{\varepsilon S}{2d}} = 6[V]$$

$$V_{AB} = V_{AP} + V_{PB} = 3 + 6 = 9\ [V]$$

従って、解答は⑤である。

Ⅲ－10　間隔 r で置かれた長い２本の平行導線に，電流 I_1 と I_2 が逆向きに流れている。導線間に働く力について，次の記述のうち正しいものはどれか。

①　力は斥力で，その大きさは I_1 と I_2 の積に比例し， r の２乗に反比例する。

②　力は引力で，その大きさは I_1 と I_2 の積に比例し， r の２乗に反比例する。

③　力は斥力で，その大きさは I_1 と I_2 の積に比例し， r に反比例する。

④　力は引力で，その大きさは I_1 と I_2 の積に比例し， r に反比例する。

⑤　力は引力で，その大きさは I_1 と I_2 の和に比例し， r の２乗に反比例する。

解説：

この問題は、アンペールの法則の応用であるが、電流値（A)の定義にもなっている。

１A は互いに平行する導線に逆方向の電流が流れ、導体に外向きの力（斥力）が $2\times10^{-7}N$ 作用する時の電流を１A と定義する。平行する導線に同方向の電流が流れる場合は引力となる。

アンペールの法則より、電流を I_1、磁場の強さ H_1 の関係は

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r}$$

また、磁場の中での導線に電流が流れる場合に受ける力 F は

$$F = \mu H_1 I_2 l = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi r} l$$

また、力の方向はフレミングの左手の法則により電流 I_1 に反発する斥力である。

従って、解答は③である。

Ⅲ－11　磁束密度 B の一様な磁界がある領域に，質量 m で電荷が q の荷電粒子が，磁界の方向に対して垂直に，速さ v で入射した。その後，荷電粒子は磁界の中で等速円運動を行うが，その周期を表す式は次のどれか。ただし，μ_0 を真空の透磁率とする。

① $\dfrac{\pi\mu_0 m}{qvB}$　② $\dfrac{\pi m}{qB}$　③ $\dfrac{\pi\mu_0 m}{qB}$　④ $\dfrac{2\pi m}{qB}$　⑤ $\dfrac{2\pi m}{qvB}$

解説：

（1）遠心力との釣り合いを使用する。

荷電粒子が一様な磁界に垂直に入射されると、ローレンツ力が作用し円運動をする。荷電粒子を加速するサイクロトロンはこの原理を応用しており、この周期をサイクルトロン周期と言う。

一様磁界によるローレンツ力はベクトル演算の外積 $\vec{F}=\vec{v}\times q\vec{B}$ であらわされる。この力は速度の方向と磁界の方向に垂直方向に作用する。（外積）　即ち、磁界の方向に対して垂直に荷電粒子が運動すると、

運動方向と同一面内にローレンツ力が作用し、速さに対応した円運動になる。

この円運動はローレンツ力と円運動の遠心力が釣合うように運動する。

即ち、

$$\frac{mv^2}{r}=vqB$$

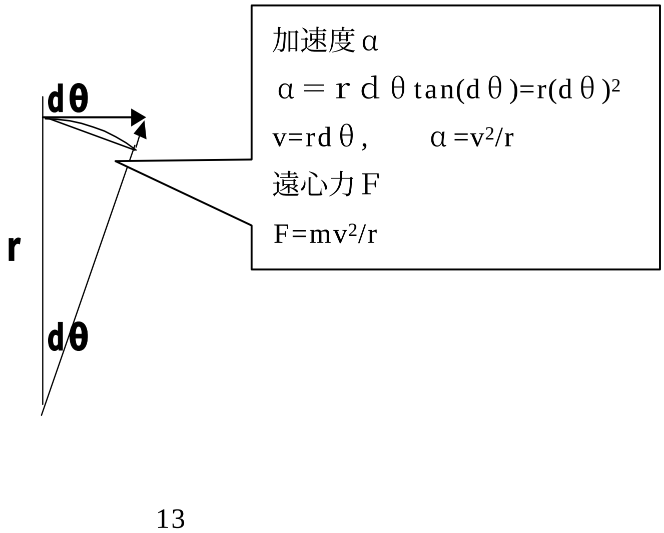
$$v=\frac{qBr}{m}\ ,\quad r=\frac{mv}{qB}$$

この円運動の周期 T は、

$$T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi r}{\dfrac{qBr}{m}}=\frac{2\pi m}{qB}$$

従って、解答は④である。

参考：遠心力の説明



（2）別解　運動方程式による場合

前記３次元座標におけるローレンツ力の表現において、磁束の方向をｚ方向にし、運動の方向を、（x、y）面内とすると、ローレンツの力は(e_x, e_y, e_z)を単位ベクトルとして、

$$qv \times B = \begin{bmatrix} e_x & e_y & e_z \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & B_z \end{bmatrix} = (v_y B_z)e_x + (-v_x B_z)e_y + (0)e_z$$

従って運動方程式は、

$$m\dot{v}_x = qv_y B_z$$
$$m\dot{v}_y = -qv_x B_z$$
$$m\dot{v}_z = 0$$

ここで、ｚ方向の初期速度をゼロとすると、ｚ方向速度はゼロとなるので、運動はx、y の面内に限定できる。

この運動方程式において、v_yを消去すると、

$$\ddot{v}_x = -(\frac{qB_z}{m})^2 v_x = -\omega_0{}^2 v_x$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{qB_z}{m}$$,:サイクロトロン角振動数

この微分方程式は振動方程式であるから、その解は、

$$v_x = A\sin\omega_0 t + B\cos\omega_0 t$$
$$v_y = \frac{1}{\omega_0}\dot{v}_x = A\cos\omega_0 t - B\sin\omega_0 t$$

初期条件として、$t = 0$，$v_x = v_0$，$v_y = 0$，$x = y = 0$

$$A = 0\,,\ B = v_0$$

$$v_x = v_0\cos\omega_0 t\ ,\ v_y = -v_0\sin\omega_0 t$$

これを、積分すれば

$$x = \frac{v_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t + C\ ,\ \ y = \frac{v_0}{\omega_0}\cos\omega_0 t + D$$

初期条件を考えれば、$C = 0$，$D = -\dfrac{v_0}{\omega_0}$

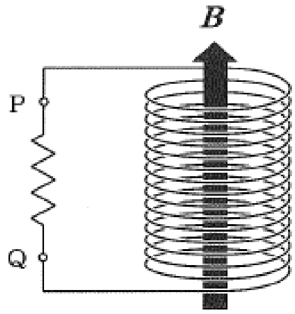
$$x = \frac{v_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t\ ,\ y = \frac{v_0}{\omega_0}(\cos\omega_0 t - 1)$$

これから、$\sin\omega_0 t$, $\cos\omega_0 t$ を消去すると、

$$x^2 + (y + \frac{v_0}{\omega_0})^2 = (\frac{v_0}{\omega_0})^2 = (\frac{v_0 m}{qB_z})^2\ ,\ r = \frac{v_0 m}{qB_z}$$:ラーマー半径

以上により、前記と一致する。

Ⅲ－12　図のように，巻き数100のコイルを 4×10^{-2} Wbの磁束が貫いている。また，端子ＰＱ間には100Ωの抵抗がつながれている。この磁束が一様に減少して0.2秒の間に0になったとする。この間，抵抗に流れる電流の向きと大きさは，次のどれか。



①　ＰからＱへ２mAの電流が流れる。

②　ＰからＱへ0.2Ａの電流が流れる。

③　電流は全く流れない。

④　ＱからＰへ２mAの電流が流れる。

⑤　ＱからＰへ0.2Ａの電流が流れる。

解説：

ファラデーの電磁誘導の法則を適用する。

$$V = -n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$= -100\frac{4\times10^{-2} - 0}{0.2} = -20\ [V]$$

抵抗に流れる電流 I は、

$$I = \frac{V}{R} = \frac{20}{100} = 0.2\ [A]$$

電流の向きは、ファラデーの式の符号がマイナスになっているように、磁束の変化を妨げる方向に流れる。この場合磁束が減少するので、それを妨げる電流の向きは、図の磁束 B を発生する方向であり、電流は P から Q に向かって流れる。

従って、解答は②である。

レンツの法則によると、閉回路を貫く磁束が時間変化するとき、その磁束の変化を妨げる向きに磁場が生ずるような誘電起電力が生ずる。

Ⅲ－13　音が空気中から水中に進むとき，振動数と波長は，どのようになるか。次の中から選べ。ただし，音の速さは，空気中では340m/sであり，水中では1,460m/sとする。

①　振動数も波長も変わらない。

②　振動数は変わらないが，波長は0.23倍となる。

③　振動数は変わらないが，波長は4.3倍となる。

④　振動数は0.23倍となるが，波長は変わらない。

⑤　振動数は4.3倍となるが，波長は変わらない。

解説：

振動数ｆ、波長λ、音の速さｖとすると、その関係は$v = f\lambda$で表される。

また、音のエネルギーは変化しないので、振動数ｆは変わらない。

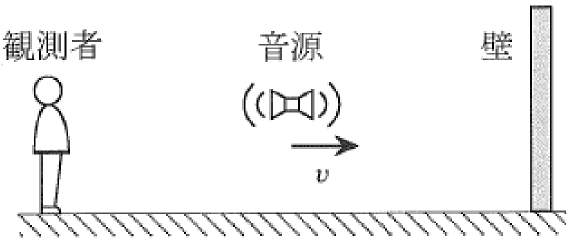
従って、波長は速さに比例する。それぞれの添え字を空気中を１、水中を２とすると、

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1460}{340} = 4.3$$

従って、解答は③である。

Ⅲ－14　図のように，静止している観測者と鉛直に立った壁との間を，振動数 f_0 の音源が水平方向に速さ v で観測者から遠ざかるように動いているとき，観測者が1秒間に聞くうなりの回数は次のどれか。ただし，音速を c とする。



①　$\frac{v}{c}f_0$　②　$\frac{2v}{c}f_0$　③　$\frac{2cv}{c^2-v^2}f_0$　④　$\frac{v}{c+v}f_0$　⑤　$\frac{v}{c-v}f_0$

解説：

お互いに近い振動数を持つ２つの音波が重なるとうなりが生ずる。

この場合のうなりの回数は、お互いの振動数の差になる。

図の場合は、観測者は音源からの直接波と、壁からの反射波を同時に聞くことになる。

音源からの直接波は、音源が遠ざかるので、振動数が低くなり、壁からの反射波は音源が近ずくので振動数が高くなる。

直接波の振動数 f_1

$$f_1 = \frac{c}{c+v} f_0$$

反射波の振動数 f_2

$$f_2 = \frac{c}{c-v} f_0$$

従って、うなりの回数ｎは、

$$n = \left| f_1 - f_2 \right| = \left| \frac{c}{c+v} - \frac{c}{c-v} \right| = \frac{2cv}{c^2 - v^2}$$

従って、解答は③である。

数式では、直接波と反射波の振幅 a が同一とすると、次のようになる。

$$a\sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) + a\sin(2\pi f_2 t + \varphi_2)$$

$$= 2a\cos(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2})\sin(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2})$$

うなりの項は余弦の部分であり、φがゼロの位相で考えて、この余弦項が最大になる周期Ｔ$_B$を求める。

$$\left|\cos 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t_0\right| = 1 \ , \qquad 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t_0 = m\pi \qquad (1)$$

$$\left|\cos 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} (t_0 + T_B)\right| = 1 \ , \quad 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} (t_0 + T_B) = (m+1)\pi \quad (2)$$

$$(2) - (1)$$

$$|f_1 - f_2| T_B = 1 \quad \therefore T_B = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$$

うなりの回数は周期の逆数であるから、$|f_1 - f_2|$である。

Ⅲ－15　８℃の低温熱源と30℃の高温熱源との間にヒートポンプを動作させて，低温熱源からＱの熱をうばうとき，ヒートポンプに与える最小のエネルギーはいくらか。次の中から選べ。

①　0.073Q　　②　0.078Q　　③　0.73Q　　④　1.2Q　　⑤　2.8Q

解説：

可逆熱機関の問題である。

低温熱源Ｑ$_1$と高温熱源Ｑ$_2$の差を外部からの仕事Wで供給する冷却型熱サイクルである。低温部の絶対温度をＴ$_1$、高温部の絶対温度をＴ$_2$とすると次の関係が成り立つ。

$$Q_2 = Q_1 + W$$

$$\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1}$$

これらから、Ｑ$_2$を消去すればよい。

$$Q_2 = Q_1 \frac{T_2}{T_1} = Q_1 + W$$

$$W = Q_1 \frac{T_2}{T_1} - Q_1 = \frac{T_2 - T_1}{T_1} Q_1 = \frac{(273+30)-(273+8)}{(273+8)} Q_1 = 0.078 Q_1$$

従って、解答は②である。

Ⅲ－16　絶対温度Tのnモルの理想気体が体積V_Aの状態からV_Bの状態に等温変化するとき，この気体の内部エネルギーの変化量は次のどれか。ただし，気体定数をRとする。また，以下の対数は自然対数である。

①　$nRT\dfrac{V_B}{V_A}$　②　$nRT(V_A - V_B)$　③　$nRT\sqrt{\dfrac{V_B}{V_A}}$　④　0　⑤　$nRT\log\dfrac{V_B}{V_A}$

解説：

気体の内部エネルギー変化は熱力学の第一原理により次のように表される。

$dU = d'Q - pdV$

ここで、dU ：内部エネルギーの変化

$d'Q$ ：外部からの熱の供給

pdV ：外部への仕事

この設問は、理想気体が等温変化をする場合であり、理想気体の特性が重要である。理想気体とは、相互作用をしない分子又は原子からなる気体であり、その内部エネルギーは、個々の運動エネルギーの総和で決まる。即ち統計力学の入門に出てくるように、ヘリウム^4He等のような１原子分子であれば、$E = \dfrac{1}{2}m\sum \bar{v}^2 = \dfrac{3}{2}k_B T$であり、絶対温度Ｔのみに依存すし体積に依存しない。（k_Bはボルツマン定数）

即ち、等温変化であれば、理想気体の内部エネルギーは変化しない。

従って、解答は④である。

参考

理想気体であれば、前式により、外部からの熱供給は全て外部への仕事に変換される。

$$pdV = \int_A^B \frac{nRT}{V}dV = nRT\log\frac{V_B}{V_B}$$

これが、外部への仕事であり、これと等しい熱量が外部から供給された結果である。

Ⅲ－17　速さvで運動する質量mの粒子がもつ物質波の波長は次のどれか。ただし，プランク定数をhとする。

①　$\dfrac{h}{mv}$　②　$\dfrac{h}{\sqrt{mv}}$　③　$\dfrac{2h}{mv^2}$　④　$\dfrac{mv}{h}$　⑤　$\dfrac{\sqrt{mv}}{h}$

解説：

この問題は、物質波すなわちド・ブロイ波の問題であり、運動量ｐと物質波の波長λに関するド・ブロイの関係を使って求める。

ド・ブロイの関係　$p=\dfrac{h}{\lambda}$ ，$\lambda=\dfrac{h}{p}$

ここで、運動量ｐは物質の場合は質量ｍと速さｖの積である。すなわち、

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}$$

従って、解答は①である。

Ⅲ－18　天然に産出する銅は，^{63}Cu と ^{65}Cu との混合物であり，その原子量は63.546である。２種類の同位体の混合比（^{63}Cu:^{65}Cu）は，次のどれか。なお，炭素原子^{12}Cの質量を12とする原子質量単位［ｕ］で表したときの^{63}Cu と ^{65}Cu の質量は，それぞれ62.930ｕと64.928ｕである。

①　61 : 39　　②　63 : 37　　③　65 : 35　　④　67 : 33　　⑤　69 : 31

解説：

同位元素の問題であり、混合前と後とで質量が同一とした式より計算する。

今、^{63}Cu をｘ、^{65}Cu をｙとすれば、

$$62.930x+64.928y=63.546$$

$$x+y=1$$

$$62.930x+64.928(1-x)=63.546$$

$$x=\frac{63.546-64.928}{62.930-64.928}=\frac{-1.382}{-1.998}=0.6917$$

$$y=1-0.6917=0.3083$$

題意の百分率で考えれば、^{63}Cu が 69、^{65}Cu が 31 となる。

従って、解答は⑤である。

Ⅲ－19　0.1Wの発光素子から１秒間に放射される光子の個数は，およそ何個か。次の中から選べ。ただし，放射される光の波長を6.0×10^{-7}mとし，消費電力のすべてが光子のエネルギーに変換されるものとせよ。また，プランク定数を6.6×10^{-34} J・s，光の速さを3.0×10^{8}m/s とする。

①　4.8×10^{16}　　②　3.0×10^{17}　　③　1.3×10^{29}

④　8.4×10^{29}　　⑤　2.5×10^{38}

解説：

アインシュタインの光量子説により計算できる。

１光子のエネルギーΔＥは、

h ：プランク定数、ｃ：光の速さ、λ ：光の波長、ν ：光の振動数

ＷΔｔ：発光素子のエネルギーとすれば、

$$\Delta E = h\nu \ , \nu = \frac{c}{\lambda} \ , \Delta E = \frac{hc}{\lambda}$$

光子の個数をｎとすれば、

$$n = \frac{W\Delta t}{\Delta E} = \frac{W\Delta t}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{\lambda W\Delta t}{hc}$$

$$= \frac{6.0\times10^{-7}\times0.1\times1.0}{6.6\times10^{-34}\times3.0\times10^{8}} = 0.0303\times10^{19} = 3.0\times10^{17}$$

従って、解答は②である。

Ⅲ－20　μ粒子の固有質量は1.88×10^{-28} kgである。これに相当するエネルギーは何eVか。次の中から選べ。ただし，光の速さを3.00×10^{8} m/s，素電荷を1.60×10^{-19}Cとせよ。

① 2.71×10^{-30} eV　② 1.69×10^{-11} eV　③ 9.46×10^{-9} eV

④ 3.52×10^{-1} eV　⑤ 1.06×10^{8} eV

解説：

相対性理論による質量エネルギー等価原理により計算できる。

エネルギーの電子ボルト単位とは、１クーロンの電荷が電位差１ボルトで加速されるエネルギーで定義される。

μ粒子の質量をエネルギーＥに換算すると、

$$E = mc^2 = 1.88\times10^{-28}\times(3.00\times10^{8})^2 = 16.92\times10^{-12} \ [J]$$

これを、電子ボルト〔eV〕になおすと、

$$\frac{16.92\times10^{-12}}{1.60\times10^{-19}} = 10.58\times10^{7} \ [eV] = 1.06\times10^{8} \ [eV]$$

従って、解答は⑤である。