

主な数値解析手法のまとめ

数値解析手法には様々な方法がありますが、ここではよく用いられている差分法、有限要素法、境界要素法について説明します。

差分法：計算対象領域を規則的な格子に分割し、微分方程式を変形して計算する手法。

求まるのは基本的に格子点上の値である。数学的にわかりやすい。

領域の形状が複雑な場合、領域に沿った形状で計算することが難しい。

計算対象領域を分割するのは簡単。

領域形状が変形するような問題は難しい。

河川・氾濫水・土石流等の解析によく用いられる。

有限要素法：計算対象領域を三角形要素に分割し、微分方程式を変形して計算する手法。

求まるのは基本的に三角形の頂点上の値である。数学的に複雑。

領域の形状が複雑でも対応しやすい。

計算対象領域を分割するのは面倒。

領域形状が変形するような問題にも対応できる。

湖沼・氾濫水、複雑な領域の流体、構造物の応力・変形解析等によく用いられる。

境界要素法：計算対象領域の境界を線要素に分割し、微分方程式を変形して計算する手法。

求まるのは基本的に線要素と線要素の交点の値である。数学的に難解。

領域の形状が複雑でも対応しやすい。

計算対象領域を分割するのは簡単。

領域形状が変形するような問題にも対応できる。

ポテンシャル流れ、海の波の解析によく用いられる。

上の3手法に共通：要素・格子を小さくすれば精度が上がるが、分割が細かすぎると計算に時間

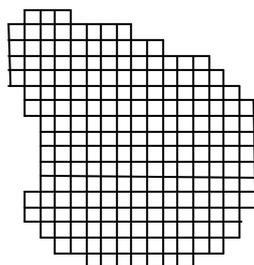
がかかる。どの手法が精度がよい、ということは対象となる問題によって異なる。

計算に要する時間は、当然ながら要素数が少ないほど短い。同じ手法間でもそうだ

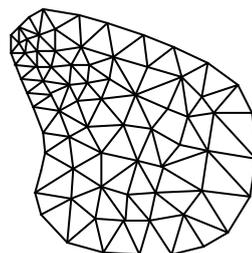
し、有限要素法よりも境界要素法の方が短時間で解を得られる。得られる解はすべ

て近似解である。

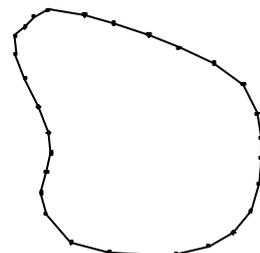
どんな問題に対してはどの手法を用いるか、ということについては、計算対象、技術者・発注者の方針・得意分野、その問題に対してよく用いられる手法の傾向、必要とされる精度等によって異なるので、一概には言えません。各手法の領域の分割は、下図を参考にしてください。



差分法



有限要素法



境界要素法

以上の手法を表にまとめます。

手 法	要素分割		境界変形	理論	主 な 適 用 例
差 分 法	正方形・長方形	簡単	難	易	河川流、氾濫流、土石流
有限要素法	三角形	面倒	易	難	土石流、湖沼、地盤、地下水 構造物・部材・部品の応力・変形
境界要素法	線	簡単	易	難	海の波

ちょっと専門的なメモ

差分法が河川流等によく用いられているのは、適用実績が豊富なこと、理論が比較的簡単なこと、乱流を考慮しやすいこと等の理由からです。最近、差分法の技術も進歩しており、複雑な形状を持つ領域や、高度な乱流モデルを組み込んだ計算が可能になっており、正方形・長方形要素ではなく、ひし形や台形のような非直角な四角形の要素でも計算が可能で、要素の変形を考慮した計算も実用段階に入ってきています。さらに離散化手法も様々なものがあり、高精度で安定した計算が可能になってきています。

ベーシックな差分法では計算領域や要素の変形は難しいですが、多く用いられているモデルは平面二次元であり、河川等の非定常計算における水面変動は要素の変形には当たりません。節点上で水深等の値が変動するだけです。

有限要素法が土石流や地盤、構造物の応力・変形解析、翼や自動車の周りの流れ等によく用いられているのは、適用実績が豊富なこと、複雑な形状によく適合する要素形状であること、要素の変形、節点の移動も比較的容易なこと等です。構造物や機械の部品等は複雑な形状のものが多く、それらが応力によって変形するので、要素の変形を考慮できることが必須です。そのため、差分法はそれらの解析にはあまり向きません。

河川等の流体の解析には、計算の安定性から有限要素法は使いづらいという意見もありますが、運動量の保存則が満足されることや計算技術の向上により、河川等でも適用事例はあります。

境界要素法がポテンシャル流れや波の解析によく用いられているのは、ある条件下の波の形状を求めたい場合、領域内部の値を知る必要がなく要素分割も少なく済むため等の理由からです。また、よく境界要素法の練習問題として出てくるキャピティ流れ等は境界の値がわかればよく、内部の値を求めることが不要です。もちろん、境界要素法でも、内部の値は難解ですが必要に応じて求めることができます。境界要素法は、領域境界だけ線要素に置き換えればよく、領域形状によくフィットした要素を作ることが可能です。

境界要素法はその性質上、ポテンシャル流れによく適用されています。波もポテンシャル流れとして扱えます。河川等に用いられないのは、乱流モデルを組み込むことが数学的にあまりにも難しく、また、領域内部の値が容易に求められず、境界要素法を用いるメリットが見出せないからです。